

JORNADAS DE LA RED ESPAÑOLA DE TOPOLOGÍA

MÉTODOS HOMOTÓPICOS EN ÁLGEBRA, GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA

BARCELONA

31 DE MAYO Y 1 DE JUNIO DE 2013

FACULTAT DE MATEMÀTIQUES I ESTADÍSTICA
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA



Métodos homotópicos en álgebra, geometría y topología

Las jornadas Métodos Homotópicos en Álgebra, Geometría y Topología celebradas los días 31 de mayo y 1 de junio 2013 en la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la Universitat Politècnica de Catalunya, en Barcelona constituyen la cuarta edición de esta serie de encuentros que se celebran bajo el auspicio de la Red Española de Topología. Las anteriores ediciones se celebraron en Sevilla (2010), Salamanca (2011) y Santiago de Compostela (2012). Su objetivo es facilitar la comunicación entre investigadores que utilizan las técnicas homotópicas en su trabajo dentro de las diversas áreas del álgebra, la geometría y la topología.

Comité científico

- Leovigildo Alonso Tarrío (Universidad de Santiago de Compostela)
- Carles Casacuberta (Universitat de Barcelona)
- Antonio M. Cegarra (Universidad de Granada)
- Ana Jeremías López (Universidad de Santiago de Compostela)
- Ana Cristina López Martín (Universidad de Salamanca)
- Fernando Muro (Universidad de Sevilla)
- Luis Narváez (Universidad de Sevilla)
- Vicenç Navarro (Universitat de Barcelona)
- Pere Pascual Gainza (Universitat Politècnica de Catalunya)
- José Luis Rodríguez (Universidad de Almería)
- Beatriz Rodríguez González (Instituto de Ciencias Matemáticas)
- Fernando Sancho de Salas (Universidad de Salamanca)
- Manuel Saorín (Universidad de Murcia)

Conferenciantes

- Benjamín Alarcón (Universidad de Granada)
- Leovigildo Alonso (Universidade de Santiago de Compostela)
- Natàlia Castellana (Universitat Autònoma de Barcelona)
- Javier J. Gutiérrez (Radboud Universiteit Nijmegen)
- Esperanza López (Universidad de Granada)
- Carlos Parra (Universidad de los Andes/Universidad de Murcia)
- Marcy Robertson (University of Western Ontario)
- Antonio Rojas (Universidad de Sevilla)
- Fernando Sancho de Salas (Universidad de Salamanca)
- Carlos Tejero (Universidad de Salamanca)
- Andrew Tonks (London Metropolitan University)

Comité Organizador

- Imma Gálvez - Departament de Matemàtica Aplicada III, Universitat Politècnica de Catalunya
- Pere Pascual - Departament de Matemàtica Aplicada I, Universitat Politècnica de Catalunya
- Abdó Roig - Departament de Matemàtica Aplicada I, Universitat Politècnica de Catalunya
- Agustí Roig - Departament de Matemàtica Aplicada I, Universitat Politècnica de Catalunya

Secretaria

- Raquel Caparrós - Oficina de Suport a la Recerca en Matemàtiques, Facultat de Matemàtiques i Estadística, Universitat Politècnica de Catalunya (raquel.caparros@upc.edu)

Participantes

- Benjamín Alarcón Heredia (Universidad de Granada)
- Leovigildo Alonso Tarrío (Universidade de Santiago de Compostela)
- Natàlia Castellana Vila (Universitat Autònoma de Barcelona)
- Carles Casacuberta Vergès (Universitat de Barcelona)
- Ramsès Fernàndez València (Swansea University)
- Imma Gálvez Carrillo (Universitat Politècnica de Catalunya)
- Francisco Guillén Santos (Universitat de Barcelona)
- Javier J. Gutiérrez Marín (Radboud Universiteit Nijmegen)
- Ana Jeremías López (Universidade de Santiago de Compostela)
- Esperanza López Centella (Universidad de Granada)
- Antonio Martínez Cegarra (Universidad de Granada)
- Luis Narváez Macarro (Universidad de Sevilla)
- Vicenç Navarro Aznar (Universitat de Barcelona)
- Carlos Eduardo Parra (Universidad de los Andes/Universidad de Murcia)
- Pere Pascual Gainza (Universitat Politècnica de Catalunya)
- Marcy Robertson (University of Western Ontario)
- Abdó Roig Maranges (Universitat Politècnica de Catalunya)
- Agustí Roig Martí (Universitat Politècnica de Catalunya)
- Antonio Rojas León (Universidad de Sevilla)
- Fernando Sancho de Salas (Universidad de Salamanca)
- Carlos Tejero Prieto (Universidad de Salamanca)
- Andrew Tonks (London Metropolitan University)
- David White (Wesleyan University)
- Luke Wolcott (University of Western Ontario)

Programa

Conferencias en el Aula 103 de la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la UPC

Viernes 31 de mayo

- 9:30 - 10:00 Bienvenida
- 10:00 - 10:50 Antonio Rojas ‘Potencias de Adams de convolución y puntos racionales en curvas con muchos automorfismos’
- 10:50 - 11:20 Café
- 11:20 - 12:10 Marcy Robertson ‘Topological Triangulated Orbit Categories’
- 12:15 - 13:05 Javier J. Gutiérrez ‘On Ohkawa’s theorem for combinatorial model categories’
- 13:05 - 13:15 Fotografía de grupo
- 13:05 - 15:00 Almuerzo
- 15:00 - 15:50 Natàlia Castellana ‘Unitary embeddings and duality’,
- 15:55 - 16:35 Benjamín Alarcón ‘Fibras homotópicas de funtores laxos entre bicategorías’
- 16:35 - 17:05 Café
- 17:05 - 17:45 Esperanza López Centella ‘Una adjunción entre grupoides y álgebras de Hopf débiles.’
- 17:45 - 18:25 Carlos Parra ‘Corazones de t-estructuras que son categorías de Grothendieck’

Sábado 1 de junio

- 9:30 - 10:20 Leovigildo Alonso ‘Haces cuasi-coherentes en pilas geométricas: Bringing it all back home’
- 10:25 - 11:15 Fernando Sancho de Salas ‘Espacios anillados finitos’
- 11:15 - 11:45 Café
- 11:45 - 12:35 Carlos Tejero ‘ Q -haces y funtores de Fourier-Mukai’
- 12:35 - 13:25 Andrew Tonks ‘Möbius inversion in general categories’
- 14:00 - 16:00 Almuerzo de despedida

Resúmenes de las conferencias

Fibras homotópicas de funtores laxos entre bicategorías

Benjamín Alarcón (Universidad de Granada)

Resumen: Los clásicos teoremas A y B de Quillen permiten reconocer cuándo un funtor entre categorías induce equivalencias homotópicas y cuadrados homotópicamente cartesianos al tomar espacios clasificantes respectivamente. En esta charla nos centraremos en funtores monoidales entre categorías monoidales. El contexto adecuado para su estudio es el de bicategorías, dado que toda categoría monoidal puede ser vista como una bicategoría con un solo objeto. Como resultado, se obtienen generalizaciones de ambos teoremas A y B para funtores laxos entre bicategorías.

Haces cuasi-coherentes en pilas geométricas: Bringing it all back home

Leovigildo Alonso (Universidade de Santiago de Compostela)

Resumen: En esta charla repasamos las diversas nociones propuestas de haz cuasi-coherente sobre una pila algebraica y las consecuencias de la falta de funtorialidad del sitio liso-étale para poder desarrollar una teoría de cohomología de pilas geométricas con propiedades similares al rico contexto que del que se dispone en esquemas.

Veremos que es posible asociar a una pila geométrica un sitio plano “pequeño” sobre el cual los haces cuasi-coherentes se corresponden con los prehases cartesianos de módulos y generalizan de forma natural la correspondiente noción en esquemas. Pese a carecer de funtorialidad de los topos asociados en sentido estricto, probamos que existen funtores de restricción y extensión que generalizan el caso de esquemas y el más simple de pilas geométricas de Deligne-Mumford con la topología étale.

Paralelamente veremos que a una presentación de una pila geométrica se le puede asociar un algebroide de Hopf, cuyo grupoide en esque-

mas asociado recupera la pila de partida. Veremos que los haces cuasi-coherentes de la pila se corresponden funtorialmente con los comódulos sobre el algebroide de Hopf y que los funtores de restricción y extensión poseen una descripción algebraica.

Unitary embeddings and duality

Natàlia Castellana (Universitat Autònoma de Barcelona)

Abstract: The notion of a normalisable space (at a prime p) was introduced by Benson, Greenlees, and Shamir. A space X is normalisable if there is a p -compact group Y and a map into BY so that the homotopy fibre is a mod p finite complex. We say that X is complex normalizable if Y is a unitary group. Classical examples are given by classifying spaces of finite groups and compact Lie groups. But classifying spaces of Kac-Moody groups are not complex normalizable. I will report on projects with L. Morales and J. Cantarero where we study this property for classifying spaces of p -local finite and p -local compact groups. These algebraic structures introduced by Broto, Levi and Oliver model the mod p homotopy theory of classifying spaces of finite and compact Lie groups. As a corollary, classifying spaces of finite loop spaces are normalizable at every prime p .

On Ohkawa's theorem for combinatorial model categories

Javier J. Gutiérrez (Radboud Universiteit Nijmegen)

Abstract: A theorem due to Ohkawa states that the collection of Bousfield equivalence classes of spectra is a set. This fact has been studied and generalized to other triangulated categories by Neeman, Iyengar-Krause and Dwyer-Palmieri. In this talk, we extend this result to arbitrary combinatorial model categories. This is a joint work with C. Casacuberta and J. Rosický.

Una adjunción entre grupoides y álgebras de Hopf débiles.

Esperanza López Centella (Universidad de Granada)

Resumen: El objetivo de esta charla es revelar una adjunción entre la categoría de grupoides y la categoría de biálgebras débiles. Para ello, las biálgebras débiles (álgebras de Hopf débiles) son descritas como bimonoides (bimonoides de Hopf) en categorías duoidales apropiadas. Esta interpretación es usada para definir una categoría \mathbf{wba} de biálgebras débiles sobre un cuerpo dado. Probaremos entonces que el funtor “espacio vectorial libre” desde la categoría de categorías pequeñas con un número finito de objetos a \mathbf{wba} posee un adjunto por la derecha, y que tal adjunción restringe a las subcategorías plenas de grupoides y álgebras de Hopf débiles, respectivamente. Como corolario, se obtiene una equivalencia entre la categoría de grupoides con un número finito de objetos y la de álgebras de Hopf débiles punteadas cosemisimples, lo que extiende la bien conocida relación entre grupos y álgebras de Hopf punteadas y cosemisimples. La charla está basada en un trabajo conjunto con Gabriella Böhm y José Gómez Torrecillas.

Corazones de t-estructuras que son categorías de Grothendieck

Carlos Parra (Universidad de los Andes/Universidad de Murcia)

Resumen: Las t-estructuras en categorías trianguladas fueron introducidas a principios de los ochenta por Beilinson, Bernstein y Deligne en su estudio de los haces perversos sobre una variedad algebraica o analítica (ver [2]). El descubrimiento fundamental de este concepto era la existencia de una categoría abeliana “escondida”, llamada por ellos el corazón de la t-estructura, que permitía el desarrollo de una teoría de homología intrínseca dentro de la propia categoría triangulada en cuestión.

En [1], Alonso, Jeremías y Saorín clasifican todas las t-estructuras compactamente generadas en la categoría derivada de la categoría de módulos

los sobre un anillo conmutativo y noetheriano. Dichas t-estructuras están en biyección con las cadenas descendentes de clases de torsión hereditarias en dicha categoría de módulos. Nosotros estudiamos cuando el corazón de dichas t-estructuras es equivalente a una categoría de Grothendieck y, más en particular, a una categoría de módulos. De hecho, probamos que si la cadena descendente de clases de torsión se estaciona, entonces el corazón es una categoría de Grothendieck. En el caso en que R fuese un anillo conexo y la cadena descendente de clases de torsión esté acotada, entonces el corazón es equivalente a una categoría de módulos si, y sólo si, la t-estructura es una traslación de la canónica. Trabajo conjunto con Manuel Saorín.

[1] L. ALONSO; A. JEREMÍAS; M. SAORÍN, *Compactly generated t-structures on the derived category of a Noetherian ring*, Journal of Algebra, **324** (2010), 313-346.

[2] A. BEILINSON; J. BERNSTEIN; P. DELIGNE, “*Faisceaux Pervers*”. *Analysis and topology on singular spaces*, I, Luminy 1981, Astérisque. **100**. Soc. Math. France, Paris. (1982), 5-171.

Topological Triangulated Orbit Categories

Marcy Robertson (University of Western Ontario)

Abstract: In 2005, Keller showed that the orbit category associated to the bounded derived category of a hereditary category under an autoequivalence is triangulated. As an application he proved that the cluster category is triangulated. We show that this theorem generalizes to triangulated categories with topological origin (i.e. the homotopy category of a stable model category). As an application we construct triangulated categories which model the cluster category but are of a purely topological origin.

Potencias de Adams de convolución y puntos racionales en curvas con muchos automorfismos

Antonio Rojas (Universidad de Sevilla)

Resumen: Dada una variedad X definida sobre un cuerpo finito \mathbb{F}_q ,

el formalismo ℓ -ádico nos da una correspondencia entre el grupo de Grothendieck de la categoría de haces ℓ -ádicos constructibles sobre X y un cierto anillo de funciones definidas en la unión de los conjuntos de puntos racionales de X sobre todas las extensiones finitas de \mathbb{F}_q . Mediante esta correspondencia, los funtores cohomológicos entre categorías de haces en distintas variedades definen operaciones aritméticas en los anillos de funciones correspondientes.

En esta charla definiremos una operación aritmética en el anillo de funciones asociado a un grupo algebraico conmutativo G , y veremos cuál es la operación correspondiente en el lado de la categoría ℓ -ádica. Como aplicación, usaremos las propiedades de esta operación para dar una estimación del número de puntos racionales en ciertas curvas con un gran número de automorfismos.

Espacios anillados finitos

Fernando Sancho de Salas (Universidad de Salamanca)

Resumen: Esta charla trata sobre los espacios anillados finitos, esto es, espacios anillados cuyo espacio topológico subyacente es finito, o dicho de otro modo, espacios topológicos finitos dotados de un haz de anillos. En primer lugar veremos la estructura elemental que tienen estos espacios, desde el punto de vista topológico (veremos que la estructura topológica equivale a dar un orden parcial) y cómo se traduce esto en el haz de anillos. En segundo lugar, veremos ejemplos básicos que vienen de la Topología, el Álgebra y la Geometría Algebraica. Veremos cómo la categoría de espacios anillados finitos contiene de modo pleno a la categoría de espacios topológicos finitos y a la categoría de anillos. En tercer lugar analizaremos las nociones de módulo cuasi-coherente y coherente en este contexto, viendo con más detalle los ejemplos anteriores. También veremos cómo se traslada la homotopía habitual de espacios topológicos a los espacios anillados finitos. Para finalizar, haremos un pequeño estudio de la cohomología de los módulos cuasi-coherentes sobre espacios anillados finitos.

Q -haces y funtores de Fourier-Mukai

Carlos Tejero (Departamento de Matemáticas, IUFFyM-Universidad de Salamanca)

Resumen: Las representaciones $Q(X)$ de un carcaj (quiver) Q en la categoría de haces coherentes de una variedad proyectiva X , o simplemente Q -haces, admiten una noción de κ -estabilidad à la Gieseker dependiente de la elección de una colección κ de polinomios parametrizada por los vértices de Q . Aplicando la teoría geométrica de invariantes se obtiene un espacio de módulos cuasi proyectivo $\mathcal{M}_\kappa^{ss}(Q(X))$ cuyos puntos cerrados se corresponden con las clases de S -equivalencia de los Q -haces κ -semi-estables, además $\mathcal{M}_\kappa^{ss}(Q(X))$ admite como abierto el módulo $\mathcal{M}_\kappa^s(Q(X))$ de Q -haces κ -estables.

Incluso en el caso de curvas, en las que la noción de κ -estabilidad depende únicamente de la elección de parámetros reales, ésta no es una generalización trivial de la estabilidad ordinaria, dando lugar a una estructura de cámaras en el espacio de parámetros para la determinación de las condiciones de estabilidad que producen espacios de módulo no isomorfos.

En condiciones apropiadas, un functor integral $\Phi: D^b(X) \rightarrow D^b(Y)$ induce de modo natural un morfismo entre los correspondientes espacios de módulos $\varphi: \mathcal{M}_\kappa^{ss}(Q(X)) \rightarrow \mathcal{M}_\kappa^{ss}(Q(Y))$. Si además, Φ es una equivalencia y su cuasi inverso $\Psi: D^b(Y) \rightarrow D^b(X)$ también se comporta adecuadamente, entonces φ es un isomorfismo de espacios de módulo.

Así pues, los funtores integrales se pueden utilizar para la determinación de espacios de módulo a partir de otros ya conocidos. Aplicaremos esta técnica en el caso de una curva elíptica.

Möbius inversion in general categories

Andrew Tonks (STORM-London Metropolitan University)

Abstract: Möbius inversion is a method for inverting numerical functions defined over a poset P , generalising the inclusion-exclusion principle (if P is a power set) and the classical number-theoretical Möbius function (if P is the positive integers, ordered by divisibility). Leroux,

Lawvere, Leinster and others have considered notions of Möbius category \mathcal{P} for which an analogous theory exists, but requires certain finiteness conditions that exclude important examples. In this talk we give a theory which avoids these finiteness conditions, by working with groupoid coefficients instead of numbers, and using techniques with a homotopy rather than a combinatorial flavour. This is joint work in progress with Imma Gálvez and Joachim Kock.

Informaciones prácticas

Localización



- Las conferencias tienen lugar en el Aula 103 de la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la UPC (indicada **FME** en el mapa). Su dirección es Carrer Pau Gargallo, 5.
- El almuerzo del viernes 31 de mayo tendrá lugar en el comedor de profesores de la Facultat de Física de la UB (indicada **FF-UB** en el mapa). Su dirección es Carrer Martí i Franquès, 1.
- El almuerzo de despedida del sábado 1 de junio tendrá lugar en el Restaurante **El Pati Blau**, Carrer Jordi Girona, 14.

Conexión a internet

Existen dos posibilidades, la primera de las cuales es habitualmente más eficaz:

- Conectarse como `convidat` o `guest` a la red XSL **XSF-UPC**.
- Conectarse de la manera habitual a la red **eduroam**.

Acceso a la FME el sábado 1 de junio

El sábado 1 de junio posiblemente la entrada a la FME se hallará controlada.